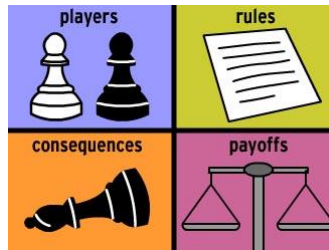


MATA KULIAH : RISET OPERASI  
KODE MK : TKS 6120  
PENGAMPU : ACHFAS ZACOEBC



## Sesi XIV

# TEORI PERMAINAN

### (*Game Theory*)

e-Mail : [zacoebc93@gmail.com](mailto:zacoebc93@gmail.com)  
[www.zacoeb.lecture.ub.ac.id](http://www.zacoeb.lecture.ub.ac.id)

## Pendahuluan

### DEFINISI :

**Metode Optimasi** untuk menyelesaikan secara optimal permasalahan dua orang (atau lebih) atau dua kelompok (atau lebih) yang **secara bersamaan** memiliki kepentingan untuk mengoptimalkan pencapaian tujuan mereka.

### SEJARAH :

- James Waldegrave pada 13 November 1713 yang memperkenalkan konsep minimax sebagai cara untuk menyelesaikan permainan dua orang dengan strategi campuran.
- Emile Borel telah membuat formulasi modern tentang strategi campuran dalam teori permainan pada tahun 1921 – 1927.
- George B. Dantzig mengembangkan pemecahan simplek (tahun 1947).

# Matriks Permainan (*Payoff Matrix*)

Terdapat 2 Jenis (Hiller & Lieberman, 1990) :

## 1. Matriks Permainan Jumlah Nol

Pemain A	Pemain B		
	Strategi B1	Strategi B2	Strategi B3
Strategi A1	1	2	4
Strategi A2	1	0	5
Strategi A3	0	1	-1

## 2. Matriks Permainan Jumlah Tak Nol

Pemain A	Pemain B	
	Strategi B1	Strategi B2
Strategi A1	4\3	3\2
Strategi A2	2\ -2	1\1

# Matriks Permainan Jumlah Nol

Pemain A	Pemain B		
	Strategi B1	Strategi B2	Strategi B3
Strategi A1	1	2	4
Strategi A2	1	0	5
Strategi A3	0	1	-1

1. Pemain A (Pemain Baris) diposisikan sebagai pemenang.
2. Pemain B (Pemain Kolom) diposisikan sebagai yang kalah.
3. Bilangan dalam matriks menunjukkan kuantitas kemenangan/kekalahan.
4. Bilangan positif menunjukkan kuantitas kemenangan bagi pemain A dan menunjukkan kekalahan bagi pemain B.
5. Jumlah kemenangan bagi satu pemain sama dengan jumlah kekalahan bagi pemain lain.

## Matriks Permainan Jumlah Tak Nol

Pemain A	Pemain B	
	Strategi B1	Strategi B2
Strategi A1	4\3	3\2
Strategi A2	2\ -2	1\1

1. Jika pemain yang satu menang pemain yang lain belum tentu kalah.
2. Bilangan didepan tanda slash (\) milik pemain A dan dibelakang tanda slash (\) milik pemain B.
3. Bilangan positif menunjukkan kemenangan dan negatif menunjukkan kekalahan baik bagi pemain A maupun pemain B.

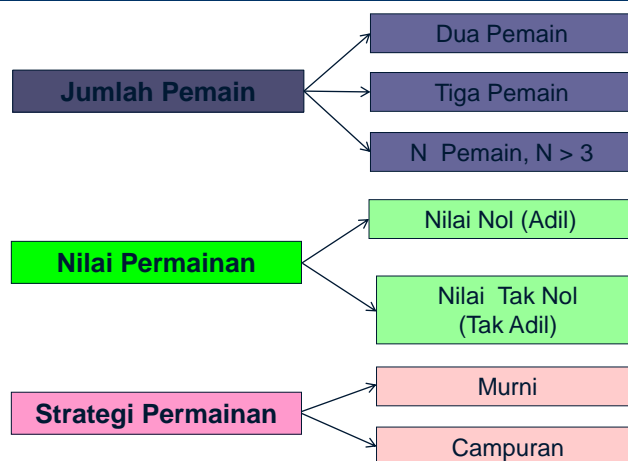
## Unsur-Unsur Dasar

- Strategi permainan adalah rencana atau rangkaian kegiatan yang dilakukan oleh pemain yang satu sebagai respon terhadap rencana atau kegiatan pemain yang lain.
- Nilai permainan adalah hasil optimal yang diperoleh untuk setiap permainan setelah masing-masing pemain menjalankan strategi-strateginya.
- Hasil optimal permainan → kemenangan maksimum bagi pemain yang menang dan kekalahan minimum bagi yang kalah.
- Jika hasil permainan nol dikatakan permainan adil dan sebaliknya.
- Suatu strategi dikatakan dominan terhadap strategi yang lain jika setiap elemen *payoff* dalam suatu baris lebih besar dibandingkan dengan elemen padanannya di strategi yang lain.

## Asumsi-Asumsi

- Kedua pemain/kelompok pemain berpikir secara rasional.
- Kedua pemain/kelompok pemain memilih strategi hanya untuk kepentingan dirinya.
- Kedua pemain/kelompok pemain saling mengetahui strategi lawan.
- Kedua pemain/kelompok pemain mengetahui nilai keputusan (*payoff*) dari setiap keputusan yang dibuat.
- Permainan dilakukan dengan memilih strategi-strategi secara berulang-ulang sampai diperoleh pemecahan masalah yang optimum.

## Klasifikasi



## Cara-Cara Penyelesaian

- STRATEGI MURNI :**
- Strategi dominan
  - Kriteria maksimin/minimaks
- STRATEGI CAMPURAN :**
- Cara analitis
  - Cara aljabar matriks
  - Cara grafis
  - Cara *linier programming*
- PENGETAHUAN PENUNJANG :**
- Teori Peluang
  - Aljabar Matriks
  - Analitik
  - Program Linier

## Permainan Dua Pemain dengan Jumlah Nilai Permainan Nol

- Sebutan untuk teori permainan yang melibatkan dua orang atau dua kelompok yang secara langsung memiliki kepentingan yang "berseberangan".
- Kata "jumlah nol" dalam permainan ini mengandung pengertian bahwa nilai kuantitas kemenangan suatu kelompok akan sama dengan nilai kuantitas kekalahan kelompok lain
- Permainan dua-pemain jumlah-nol adalah permainan yang melibatkan dua orang atau dua kelompok yang memiliki kepentingan berseberangan dan jika satu kelompok menang sebanyak "x", maka kelompok yang lain akan menderita kekalahan sebanyak "x" pula.

# Strategi

## Strategi Murni

Penyelesaian dilakukan dengan menggunakan strategi dominasi atau konsep maksimin untuk pemain baris dan minimaks untuk pemain kolom. Dalam strategi ini pemain akan menggunakan satu strategi tunggal untuk mendapat hasil optimal → *saddle point* yang sama

## Strategi Campuran

Strategi ini dilakukan bila strategi murni belum memberi penyelesaian optimal. Sehingga perlu dilakukan tindak lanjut untuk mendapat titik optimal, dengan usaha mendapatkan *saddle point* yang sama.

# Contoh Kasus Strategi Murni

## Dengan Strategi Dominan

Penggunaan strategi dominan digunakan apabila dalam tabel *payoff* terdapat strategi-strategi yang mendominasi strategi lain.

Tabel Matriks Permainan

Pemain A	Pemain B		
	Strategi B1	Strategi B2	Strategi B3
Strategi A1	1	2	4
Strategi A2	1	0	5
Strategi A3	0	1	-1

## Contoh Kasus Strategi Murni (lanjutan)

1. Strategi A3 didominasi strategi A1, jadi pemain A pasti tidak akan memilih strategi A3 → strategi A3 dihapus.

Tabel Matriks Permainan strategi A3 dihapus

Pemain A	Pemain B		
	Strategi B1	Strategi B2	Strategi B3
Strategi A1	1	2	4
Strategi A2	1	0	5
<del>Strategi A3</del>	<del>0</del>	<del>1</del>	<del>1</del>

## Contoh Kasus Strategi Murni (lanjutan)

Tabel Matriks Permainan setelah strategi A3 dihapus

Pemain A	Pemain B		
	Strategi B1	Strategi B2	Strategi B3
Strategi A1	1	2	4
Strategi A2	1	0	5

2. Strategi B3 didominasi strategi B1 dan B2, jadi pemain B pasti tidak akan memilih strategi B3 → strategi B3 dihapus.

## Contoh Kasus Strategi Murni (lanjutan)

Tabel Matriks Permainan setelah strategi A3 dan B3 dihapus

Pemain A	Pemain B	
	Strategi B1	Strategi B2
Strategi A1	1	2
<del>Strategi A2</del>	<del>1</del>	<del>0</del>

3. Strategi A2 didominasi strategi A1, jadi pemain A pasti tidak akan memilih strategi A2 → strategi A2 dihapus

## Contoh Kasus Strategi Murni (lanjutan)

Tabel Matriks Permainan setelah strategi A3, B3 dan A2 dihapus

Pemain A	Pemain B	
	Strategi B1	Strategi B2
Strategi A1	1	2

4. Strategi B2 didominasi strategi B1, jadi pemain B pasti tidak akan memilih strategi B2 → strategi B2 dihapus.



## Contoh Kasus Strategi Murni (lanjutan)

Tabel Matriks Permainan setelah strategi A3, B3, A2, dan B2 dihapus

Pemain A	Pemain B
	Strategi B1
Strategi A1	1

- Diakhir permainan pemain A akan memilih strategi A1 dan pemain B memilih strategi B1. Pemain A memperoleh kemenangan 1 satuan dan pemain B mengalami kekalahan 1 satuan. Nilai permainan 1, termasuk permainan tidak adil. Titik pelana → 1

## Contoh Kasus Strategi Murni (lanjutan)

### Kesimpulan :

Pemilihan strategi yang lain tidak akan meningkatkan kemenangan pemain A dan menurunkan kekalahan pemain B.

Tabel Matriks Permainan

Pemain A	Pemain B		
	Strategi B1	Strategi B2	Strategi B3
Strategi A1	1	2	4
Strategi A2	1	0	5
Strategi A3	0	1	-1

## Kriteria Maksimin/Maksimaks

Tabel Matriks Permainan

Pemain A	Pemain B		
	Strategi B1	Strategi B2	Strategi B3
Strategi A1	-3	-2	6
Strategi A2	2	0	2
Strategi A3	5	-2	-4

Dari tabel di atas, tidak terdapat strategi yang mendominasi strategi yang lain → diselesaikan dengan kriteria maksimin/minimaks

## Kriteria Maksimin/Maksimaks (lanjutan)

Semua pemain akan berusaha sedemikian rupa untuk **meminimumkan kehilangan maksimum**, dengan demikian pemain A akan memilih strategi sehingga minimum *payoff*-nya terbesar (minimaks), sedangkan pemain B akan memilih strategi sehingga maksimum *payoff*-nya terkecil (maksimin) → lihat tabel di bawah :

Tabel Matriks Permainan dengan Maksimin dan Minimaks

Pemain A	Pemain B			Minimum	Nilai maksimin
	Strategi B1	Strategi B2	Strategi B3		
Strategi A1	-3	-2	6	-3	
Strategi A2	2	0	2	0	
Strategi A3	5	-2	-4	-4	
Maksimum	5	0	6		
		Nilai minimaks			

## Kriteria Maksimin/Maksimaks (lanjutan)

- Penyelesaian optimal: Pemain A memilih strategi A2 dan pemain B memilih strategi B2.
- Nilai permainan nol → permainan adil
- Nol → titik pelana

## Strategi Campuran

Jika tidak terdapat titik pelana (seperti tabel di bawah) → diselesaikan dengan strategi campuran.

Tabel Matriks Permainan tanpa Titik Pelana

Pemain A	Pemain B			Minimum	
	Strategi B1	Strategi B2	Strategi B3		
Strategi A1	2	5	7	2	Nilai maksimin
Strategi A2	-1	2	4	-1	
Strategi A3	6	1	9	1	
Maksimum	6	5	9		
		Nilai minimaks			

## Strategi Campuran (lanjutan)

Langkah-langkah cara analitis :

1. Jika ada strategi dominan → matriks *payoff* direduksi.

Tabel Matriks Permainan Tereduksi

Pemain A	Pemain B		Minimum	Nilai maksimin
	Strategi B1	Strategi B2		
Strategi A1	2	5	2	
Strategi A3	6	1	1	
Maksimum	6	5		
		Nilai minimaks		

## Strategi Campuran (lanjutan)

Ditinjau dari pemain A :

Pemain A	Pemain B		Minimum	Nilai maksimin
	Strategi B1	Strategi B2		
Strategi A1	2	5	2	
Strategi A3	6	1	1	
Maksimum	6	5		
		Nilai minimaks		

- Jika peluang pemain A menggunakan strategi A1 adalah  $p$ , maka peluang menggunakan strategi A3 adalah  $(1-p)$
- Jika pemain B menggunakan strategi B1, maka peluang keuntungan A adalah :
 
$$2p + 6(1-p) = -4p + 6 \quad (1.1)$$
- Jika pemain B menggunakan strategi B2, maka peluang keuntungan A adalah :
 
$$5p + 1(1-p) = 4p + 1 \quad (1.2)$$

## Strategi Campuran (lanjutan)

Ditinjau dari pemain A :

- Strategi optimal untuk pemain A diperoleh jika Pers. (1.1) = Pers. (1.2) :
 
$$-4p + 6 = 4p + 1$$

$$p = 0,625$$
- Jadi peluang pemain A menggunakan strategi A1 adalah 0,625 atau 62,5% dan menggunakan strategi A2 adalah 0,375 atau 37,5%.
- Keuntungan yang diharapkan pemain A adalah :
 
$$= 2(0,625) + 6(0,375)$$

$$= 3,5$$

## Strategi Campuran (lanjutan)

Ditinjau dari pemain B :

Pemain A	Pemain B		Minimum	Nilai maksimin
	Strategi B1	Strategi B2		
Strategi A1	2	5	2	
Strategi A3	6	1	1	
Maksimum	6	5		
		Nilai minimaks		

- Jika peluang pemain A menggunakan strategi B1 adalah  $q$ , maka peluang menggunakan strategi B2 adalah  $(1 - q)$
- Jika pemain A menggunakan strategi A1, maka peluang kerugian B adalah :
 
$$2q + 5(1 - q) = -3q + 5 \quad (1.3)$$
- Jika pemain A menggunakan strategi A3, maka peluang kerugian B adalah :
 
$$6q + 1(1 - q) = 5q + 1 \quad (1.4)$$

## Strategi Campuran (lanjutan)

Ditinjau dari pemain B :

- Strategi optimal untuk pemain B diperoleh jika Pers. (1.3) = Pers. (1.4) :  
$$-3q + 5 = 5q + 1$$
$$q = 0,50$$
- Jadi peluang pemain B menggunakan strategi B1 adalah 0,50 atau 50% dan menggunakan strategi B2 adalah 0,50 atau 50%.
- Kerugian yang diharapkan pemain B adalah :  
$$= 2(0,50) + 5(0,50)$$
$$= 3,5$$

## Strategi Campuran (lanjutan)

Kesimpulan :

1. Dengan menggunakan strategi campuran dapat dicapai titik kesetimbangan → **Keuntungan Pemain yang Menang sama dengan Kerugian Pemain yang Kalah.**
2. Masing-masing pemain dapat memperbaiki posisi keuntungan/kerugian mereka :
  - **Pemain A : keuntungan 2 menjadi 3,5**
  - **Pemain B : kerugian 5 menjadi 3,5**

## Permainan Dua Pemain dengan Jumlah Nilai Permainan Tak Nol

- Sebutan sebutan untuk teori permainan yang melibatkan dua orang atau dua kelompok yang **secara bersamaan akan mengoptimumkan tujuan**.
- Kuantitas kemenangan pemain yang satu berbeda dengan kuantitas kekalahan pemain yang lain.

## Jumlah Nilai Permainan Tak Nol (lanjutan)

- Tabel Matriks *Payoff* permainan dua pemain dengan jumlah nilai permainan tak nol

Perusahaan A	Perusahaan B	
	Strategi B1	Strategi B2
Strategi A1	4%\3%	3%\2%
Strategi A2	2%\-2%	1%\1%

- Dalam sel Strategi A1 dan Strategi B1, Pemain A menang 4% dan Pemain B menang 3%.

## Jumlah Nilai Permainan Tak Nol (lanjutan)

- Tabel Matriks *Payoff* permainan dua pemain dalam perebutan pangsa pasar, dimana A1 mendominasi A2, dan B1 mendominasi B2.

Perusahaan A	Perusahaan B	
	Strategi B1	Strategi B2
Strategi A1	4%\3%	3%\2%
Strategi A2	2%\2%	1%\1%

- Dalam perebutan pangsa pasar, perusahaan A akan memilih strategi A1 dan perusahaan B akan memilih strategi B1, dimana keuntungan sebesar 4% akan diperoleh oleh perusahaan A dan keuntungan sebesar 3% akan diperoleh oleh perusahaan B. Jadi dalam situasi ini masing-masing perusahaan akan menerima pilihan tersebut.

## Jumlah Nilai Permainan Tak Nol (lanjutan)

- Tabel Matriks *Payoff* permainan dua pemain dalam perebutan pangsa pasar, dimana terdapat dominasi tapi tidak maksimum

Perusahaan A	Perusahaan B	
	Strategi B1	Strategi B2
Strategi A1	3%\3%	1%\4%
Strategi A2	4%\1%	2%\2%

- Strategi dominan akan membawa perusahaan A dan perusahaan B memilih strategi A2 dan B2, tetapi yang optimum adalah strategi A1 dan B1



## Penutup

- Teori permainan dikembangkan untuk kepentingan pengambilan keputusan dalam situasi konflik antara dua kepentingan, sehingga diperoleh penyelesaian optimum.
- Penyelesaian optimum yang dimaksud adalah terpilihnya alternatif penyelesaian yang memberikan keuntungan maksimum bagi pihak yang menang, tetapi memberikan kerugian minimum bagi yang kalah.
- Dalam praktek sehari-hari di masyarakat, teori permainan tidak selalu dapat diterapkan dengan baik (karena asumsi-asumsi yang digunakan untuk mendasari teori ini tidak selalu dapat dipenuhi).
- Disamping itu kekomplekan masalah, seringkali memberikan kesulitan tersendiri terhadap penerapan teori ini.

*Terima Kasih atas Perhatiannya.*